Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

Résumé de Cours Calcul vectoriel dans le plan **PROF : ATMANI NAJIB**
Tronc CS

Calcul vectoriel dans le plan

I) Vecteurs du plan

Soient A et B deux points du plan (P)

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par trois données :

- une *direction* : celle d'une droite (AB)
- Un *sens* de parcours (dans la direction de la droite);
- une *norme* (ou *longueur*) et on note : $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = AB$

II) L'égalité de deux vecteurs et Propriétés

1)Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux s'ils ont même direction, même sens et même norme

2) $\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ si et seulement si $A=B$.

3) $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$ (*L'opposé* du vecteur)

4)pour tout point A du plan $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$ (le vecteur nul)

5)Soient A ; B; C ; D des points du plan (P)

tel que $A\neq B$ et $C\neq D$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ Ssi ABDC est un parallélogramme

6) Soient A ; B ; C ; D des points du plan (P)

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ SSI $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$

7)Etant donné un point A et un vecteur $\vec{u}$

il existe un point M unique tel que $\overrightarrow{AM}=\vec{u}$.

III) Somme de deux vecteurs et Relation de Chasles

1)Soit A, B, C trois points du plan. On a la relation suivante : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ (Relation de Chasles)

Remarque : Cette relation de Chasles s'utilise de trois manières différentes :

- Tout d'abord, c'est cette relation qui définit la somme de deux vecteurs.
- Cette relation permet de réduire des sommes vectorielles
- Cette relation permet dans les démonstrations d'intercaler des points dans des écritures vectorielles « développement ».

2) *Règle du parallélogramme* :Soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan et A un point du plan

il existe un point B unique tel que $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ et il existe un point C unique tel que $\overrightarrow{AC}=\vec{v}$

la somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ tel que ABDC est un parallélogramme

Remarque **:**Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan

La différence de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est égale à la somme de $\vec{u}$ et $\left(-\vec{v}\right)$

on écrit : $\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+\left(-\vec{v}\right)$

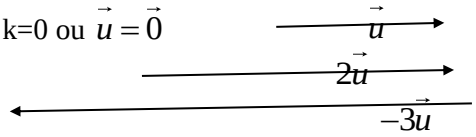
IV) La multiplication d'un vecteur par un réel

$\vec{u}$ un vecteur non nul et un nombre non nul k, on appelle produit du vecteur $\vec{u}$ par le nombre k est le vecteur $k\bullet\vec{u}$ ayant les caractéristiques suivantes:

$k\bullet\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction, même sens si $k\succ 0$ et de sens contraire si $k\prec 0$

2. remarques : $k\bullet\vec{0}=\vec{0}$ et $1\bullet\vec{u}=\vec{u}$, $(-1)\bullet\vec{u}=-\vec{u}$

-Si $k\bullet\vec{u}=\vec{0}$ alors k=0 ou $\vec{u}=\vec{0}$



3. Propriétés :

Quels que soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et les nombres a et b dans $\mathbb{R}$:1) $a\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=a\vec{u}+a\vec{v}$ 2) $\left(a+b\right)\vec{u}=a\vec{u}+b\vec{u}$

3) $a\left(b\vec{u}\right)=\left(a\times b\right)\vec{u}$ 4) $1\vec{u}=\vec{u}$ 5) $a\left(\vec{u}-\vec{v}\right)=a\vec{u}-a\vec{v}$

6) $\left(a-b\right)\vec{u}=a\vec{u}-b\vec{u}$

$\overrightarrow{W_2}=\vec{u}-3\vec{v}+\vec{u}+3\vec{v}-2\vec{u}=2\vec{u}+\vec{0}-2\vec{u}=\vec{0}+\vec{0}=\vec{0}$

V)La colinéarité de deux vecteurs

1)Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe une constante $k\in\mathbb{R}$ telle que $\vec{u}=k\vec{v}$.

Remarque : Deux vecteurs non nuls sont colinéaires ssi ils ont la même direction.

2. Propriété :

a) Trois points A, B et C du plan sont alignés si et seulement s'il existe $k\in\mathbb{R}$ telle que $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

b) Soit (AB) une droite. Alors $M\in(D)$ ssi $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

c) Deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

VI) Milieu d'un segment

Soient A, B et I trois points du plan.

Les quatre assertions suivantes sont équivalentes :

1) I est le milieu du segment [AB].

2) $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ 3) $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ 4) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

3)Propriété Caractérisation du milieu :

Soient A, B et I trois points du plan.

I est le milieu du segment [AB] ssi pour tout point M on a : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien



Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع