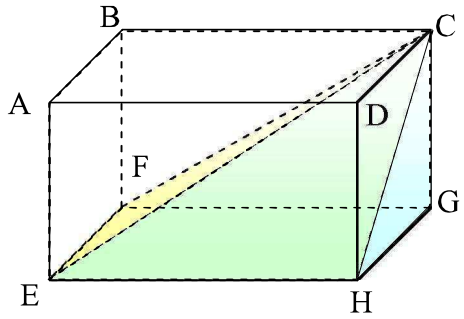
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

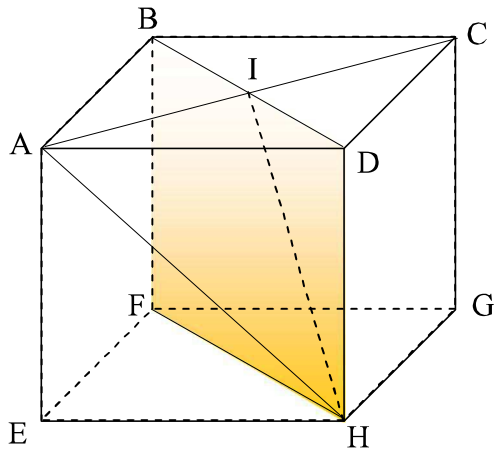
تمرين 1 ← انتبه ← تعليق

1- لنحسب BD و CH و BG	معطيات : $AB=3$ و $AD=6$ و $AE=4$
لدينا ABD مثلث قائم الزاوية في A ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة : $BD^2=AB^2+AD^2$ $BD^2=3^2+6^2$ $BD^2=9+36$ $BD^2=45$ $BD=\sqrt{45}$	
لدينا DCH مثلث قائم الزاوية في D ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة : $CH^2=DC^2+DH^2$ $CH^2=3^2+4^2$ $CH^2=9+16$ $CH^2=25$ $CH=5$	لدينا BGC مثلث قائم الزاوية في C ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة : $BG^2=BC^2+CG^2$ $BG^2=6^2+4^2$ $BG^2=36+16$ $BG^2=52$ $BG=\sqrt{52}$
2- أ- لنبين أن $(BF)\perp(BD)$	ب- لنحسب DF
لدينا $ABFE$ مستطيل ، إذن : $(BF)\perp(AB)$ و لدينا $BCGF$ مستطيل ، إذن : $(BF)\perp(BC)$ و بما أن (AB) و (BC) متقاطعان و يحددان المستوى $(ABCD)$، فإن : $(BF)\perp(ABCD)$ و حيث أن (BD) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : $(BF)\perp(BD)$	لدينا حسب السؤال السابق BDF مثلث قائم الزاوية في B ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة : $DF^2=BF^2+BD^2$ $DF^2=4^2+\left(\sqrt{45}\right)^2$ $DF^2=16+45$ $DF^2=61$ $DF=\sqrt{61}$
3- لنحسب حجم $ABCDEFGH$	4- لنحسب حجم الهرم $CEFGH$
$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات قائم، حجمه : $V=AB\times AD\times AE$ $V=3\times6\times4$ $V=72$	$CEFGH$ هرم قاعدته هي المستطيل $EFGH$ و ارتفاعه CG ، إذن حجمه : $V'=\frac{1}{3}\times CG\times S_{EFGH}$ $V'=\frac{1}{3}\times CG\times(EF\times EH)$ $V'=\frac{1}{3}\times4\times(3\times6)$ $V'=\frac{72}{3}=24$
لاحظ أن الزوايا القائمة الحقيقية ليست ظاهرة في الشكل ، هذا يعني أنه يتوجب استحضار الشكل الحقيقي لمتوازي المستطيلات القائم للعثور على هذه الزوايا.	

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 2 — انتبه ← تعليق

1- لنحسب AC و AI و AH	معطيات : $AB = AD = AE = a = 4$
لدينا ADC مثلث قائم الزاوية في D ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة : $AC^2 = AD^2 + DC^2$ ، $AC^2 = 4^2 + 4^2$ ، $AC^2 = 16 + 16$ ، $AC^2 = 32$ ، $AC = \sqrt{32}$	
و بما أن I منتصف $[AC]$ فإن : $AI = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{32}}{2}$	يستحسن تبسيط $AH = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$ مما يسمح أيضا بتبسيط $AI = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ ، لكنه ليس إلزاميا.
لدينا ADH مثلث قائم الزاوية في D ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة : $AH^2 = AD^2 + DH^2$ ، $AH^2 = 4^2 + 4^2$ ، $AH^2 = 16 + 16$ ، $AH^2 = 32$ ، $AH = \sqrt{32}$	
2- أ- لنبين أن $(DH) \perp (ID)$	ب- احسب IH
لدينا $ADHE$ مستطيل ، إذن : $(DH) \perp (AD)$ و لدينا $DCGH$ مستطيل ، إذن : $(DH) \perp (DC)$ و بما أن (AD) و (DC) متقاطعان و يحددان المستوى $(ABCD)$ ، فإن : $(DH) \perp (ABCD)$ و حيث أن (ID) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : $(DH) \perp (ID)$	لدينا حسب السؤال السابق IDH مثلث قائم الزاوية في D ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة : $IH^2 = ID^2 + DH^2$ ، $IH^2 = \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2 + 4^2$ ، $IH^2 = \frac{32}{4} + 16$ ، $IH^2 = 8 + 16$ ، $IH^2 = 24$ ، $IH = \sqrt{24}$
3- لبين أن $(AI) \perp (IH)$	4- لنبين أن : $(AI) \perp (FBDH)$
لدينا $AI^2 + IH^2 = \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{24}\right)^2$ ، $AI^2 + IH^2 = \frac{32}{4} + 24$ ، $AI^2 + IH^2 = 8 + 24$ ، $AI^2 + IH^2 = 32$ و $AH^2 = \left(\sqrt{32}\right)^2$ ، $AH^2 = 32$ إذن : $AI^2 + IH^2 = AH^2$ ، بالتالي حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث AIH قائم الزاوية في النقطة I ، أي $(AI) \perp (IH)$	لدينا $ABCD$ مربع ، إذن قطراه متعامدان ، منه $(AI) \perp (BD)$ ، و لدينا حسب السؤال السابق : $(AI) \perp (IH)$ ، و بما أن (BD) و (IH) متقاطعان و يحددان المستوى $(FBDH)$ ، فإن : $(AI) \perp (FBDH)$
5- لنحسب V_1 حجم المكعب $ABCDEFGH$	
$V_1 = a^2 = 4 \times 4 \times 4 = 64$	

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 2

انتبه ← تعليق

6- لنحسب V_2 حجم رباعي الأوجه $AIDH$ بطريقتين

الطريقة الأولى	الطريقة الثانية
بما أن $(DH)\perp(ABCD)$ ، فإنه يمكن اعتبار $AIDH$ هرما قاعدته المثلث AID و ارتفاعه DH ، منه :	بما أن $(AI)\perp(FBDH)$ ، فإنه يمكن اعتبار $AIDH$ هرما قاعدته المثلث IDH و ارتفاعه AI ، منه :
$V_2=\frac{1}{3}\times DH\times S_{AID}$	$V_2=\frac{1}{3}\times AI\times S_{IDH}$
$V_2=\frac{1}{3}\times DH\times\frac{AI\times ID}{2}$	$V_2=\frac{1}{3}\times AI\times\frac{ID\times DH}{2}$
$V_2=\frac{1}{3}\times 4\times\frac{\frac{\sqrt{32}}{2}\times\frac{\sqrt{32}}{2}}{2}$	$V_2=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{32}}{2}\times\frac{\frac{\sqrt{32}}{2}\times 4}{2}$
$V_2=\frac{4}{3}\times\frac{\frac{32}{4}}{2}=\frac{4\times 8}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$	$V_2=\frac{\sqrt{32}}{6}\times\frac{2\sqrt{32}}{2}=\frac{\sqrt{32}\times\sqrt{32}}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$

باستعمال التبسيط المشار إليه سابقا يمكن الحصول على النتيجة بسهولة

7- تحقق أن : $V_1=12V_2$

لدينا : $12V_2=12\times\frac{16}{3}=\frac{192}{3}=64$ ، إذن : $V_1=12V_2$

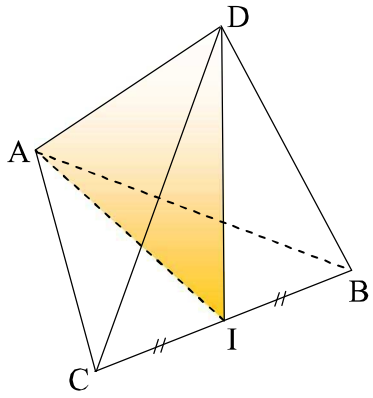
تمرين 3

انتبه ← تعليق

معطيات :

$AB=BC=AC=AD=DC=DB=4$

I منتصف $[BC]$



1- أ- بين أن $(DI)\perp(BC)$ ثم احسب DI

لدينا DBC مثلث متساوي الأضلاع و I منتصف $[BC]$ ، إذن (DI) يمثل ارتفاعا للمثلث DBC ، منه $(DI)\perp(BC)$

لدينا DIC مثلث قائم الزاوية في I ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة :

$DC^2=CI^2+DI^2$

$4^2=2^2+DI^2$

$16=4+DI^2$

$16-4=DI^2$

$12=DI^2$

$DI=\sqrt{12}$

ب- احسب AI ثم حدد طبيعة المثلث AID

لدينا ABC مثلث متساوي الأضلاع و I منتصف $[BC]$ ، إذن (AI) يمثل ارتفاعا للمثلث ABC ، منه $(AI)\perp(BC)$

لدينا DIC مثلث قائم الزاوية في I ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة :

$AC^2=CI^2+AI^2$

$4^2=2^2+AI^2$

$16=4+AI^2$

$16-4=AI^2$

$12=AI^2$

$AI=\sqrt{12}$

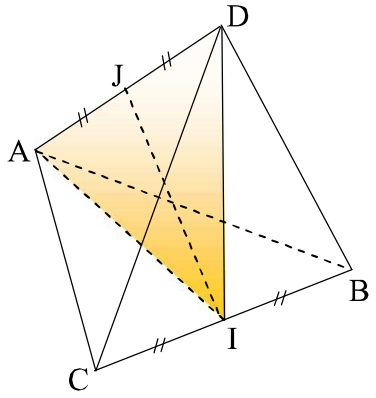
إذن $AI=DI$ منه AID مثلث متساوي الساقين في النقطة I

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 3

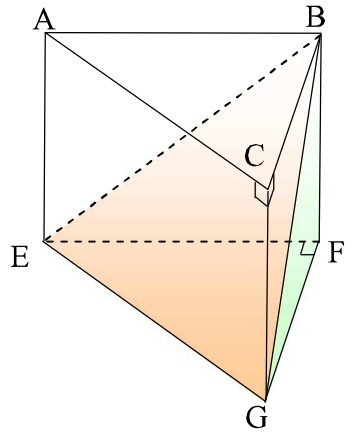
انتبه ← تعليق ←

2- بين أن $(BC)\perp(ADI)$	3- أ- لنحسب IJ	
لدينا حسب ما سبق $(BC)\perp(ID)$ و $(BC)\perp(IA)$ و بما أن (ID) و (IA) متقاطعان و يحددان المستوى (ADI)، فإن : $(BC)\perp(ADI)$	لدينا حسب السؤال1-ب AID مثلث متساوي الساقين في النقطة I ، و J منتصف $[AD]$، إذن : (IJ) يمثل ارتفاعا للمثلث ADI ، منه $(IJ)\perp(AD)$ لدينا AIJ مثلث قائم الزاوية في J ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة $AI^2=AJ^2+IJ^2$ $\left(\sqrt{12}\right)^2=2^2+IJ^2$ $12=4+IJ^2$ $12-4=IJ^2$ $8=IJ^2$ $IJ=\sqrt{8}$	
3- ب- لنحسب مساحة المثلث AID		
$S_{AID}=\frac{AD\times IJ}{2}$ $S_{AID}=\frac{4\times\sqrt{8}}{2}$ $S_{AID}=2\sqrt{8}$		
4-لنحسب حجم رباعي الأوجه $CAID$	5-لنحسب حجم رباعي الأوجه $ABCD$	
لدينا حسب السؤال 2 : $(BC)\perp(ADI)$ ، إذن : يمكن اعتبار $CAID$ هرما قاعدته المثلث AID و ارتفاعه CI ، منه :	$V_1=\frac{1}{3}\times CI\times S_{AID}$ $V_1=\frac{1}{3}\times 2\times 2\sqrt{8}=\frac{4\sqrt{8}}{3}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$	$V=2V_1$ $V=\frac{16\sqrt{2}}{3}$

مستعينا بخطوات التمرين ،يمكنك أن تبرهن أنه إذا كان طول حرف رباعي أوجه منتظم $ABCD$ هو a ، فإن حجمه هو : $V=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

تمرين 4

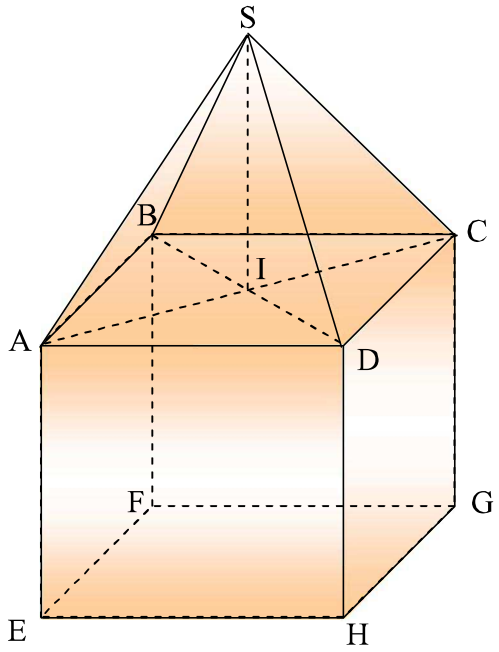
انتبه ← تعليق ←

1- لنحسب حجم الموشور القائم $ABCEFG$	2-لنحسب حجم رباعي الأوجه $BEFG$	معطيات : $EF=4$ و $FG=3$ و $BF=4$
$V_1=BF\times S_{EFG}$ $V_1=BF\times\frac{EF\times FG}{2}$ $V_1=4\times\frac{4\times3}{2}=4\times6=24$	$V_2=\frac{1}{3}\times BF\times S_{EFG}$ $V_2=\frac{1}{3}\times 24$ $V_2=8$	
3- لنستنتج حجم الهرم $BAEGC$	4- ب- لنحسب h ارتفاع الهرم $BAEGC$	
$V=V_1-V_2$ $V=24-8$ $V=16$	باعتبار أن $BAEGC$ هرم قاعدته $EACG$ و ارتفاعه h فإن : $V=\frac{1}{3}\times h\times S_{ACGE}$ و لدينا حسب ماسبق $V=16$ إذن : $\frac{1}{3}\times h\times 20=16$ منه : $\frac{20h}{3}=16$ بالتالي : $h=\frac{16\times3}{20}=\frac{48}{20}=\frac{12}{5}$	لاحظ أن بعض المجسمات يمكن حساب حجمها بطرق مختلفة، لكونها إما جزءا من مجسمات أخرى أو لكونها تحتوي على أكثر من قاعدة و ارتفاع، و هذا يكون مفيدا في حساب بعض المسافات.
4- أ- لنحسب مساحة المستطيل $ACGE$		
لنحسب أولا AC ، لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في B ، إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة : $AC^2=AB^2+BC^2$ $AC=5$ منه $AC^2=4^2+3^2$ $AC^2=16+9=25$ إذن $S_{ACGE}=AC\times CG=4\times5=20$		

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 5 — انتبه ← تعليق

1- لنحسب حجم هذا المجسم	معطيات : $AB=3cm$ و $SI=4cm$
المجسم يتكون من مكعب و هرم مربع القاعدة. حجم المكعب هو : $V_1=AB^3=3\times3\times3=27cm^3$ و حجم الهرم $SABCD$ هو : $V_2=\frac{1}{3}\times SI\times S_{ABCD}$ $V_2=\frac{1}{3}\times SI\times AB^2$ $V_2=\frac{1}{3}\times4\times3\times3$ $V_2=12cm^3$ بالتالي حجم هذا المجسم هو : $V=V_1+V_2=27+12=39cm^3$	
2- لنحسب الحجم الحقيقي للمنزل بالمتر مكعب.	
الحجم الحقيق هو : $V'=200^3\times V$ $V'=200\times200\times200\times39cm^3$ $V'=312000000cm^3$ $V'=312m^2$	لأن : $1000000cm^3=1m^3$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma