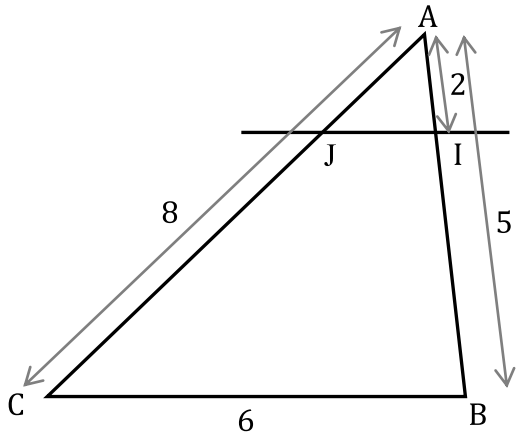
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

| السنة الثالثة ثانوي إعدادي | مبرهنة طاليس | حلول مقترحة |
|---|---|---|

**تمرين 1** : $ABC$ مثلث حيث : $AB=5\,cm$ و $AC=8\,cm$ ، $BC=6\,cm$ ، $I\in[AB]$ ، $IA=2\,cm$ ، $(IJ)//(BC)$

1




2

لدينا في المثلث $ABC$ ، $I\in(AB)$ و $J\in(AC)$ و $(IJ)//(BC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$ أي : $\frac{2}{5}=\frac{AJ}{8}=\frac{IJ}{6}$

إذن: $AJ=\frac{2\times 8}{5}=\frac{16}{5}=3,2\,cm$ و $IJ=\frac{2\times 6}{5}=\frac{12}{5}=2,4\,cm$ و $JC=AC-AJ=8-3,2=4,8\,cm$

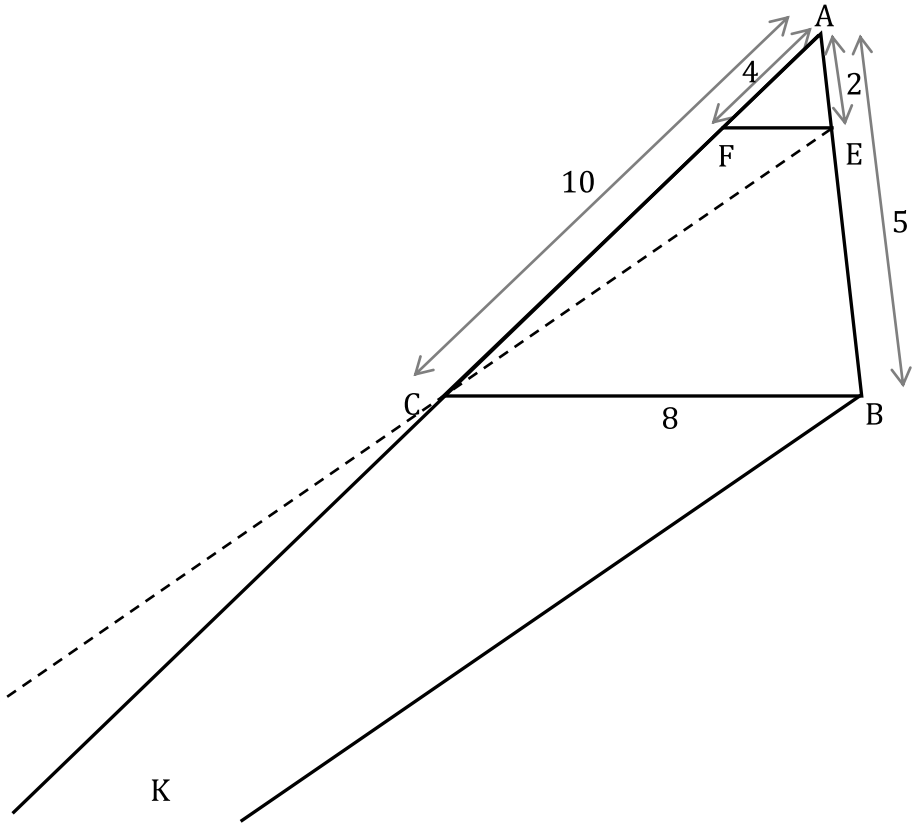
- إنشاء الشكل يتطلب استعمال المسطرة المدرجة و البركار
- الأسهم المدرجة بالشكل هي من أجل توضيح القياسات و ليست ضرورية.
- من الضروري تحديد شروط تطبيق مبرهنة طاليس المباشرة و التي يمكن اختصارها في 4 شروط:

تحديد المثلث المراد تطبيق الخاصية فيه + تحديد نقطة تنتمي لأحد حاملي ضلعيه + تحديد نقطة أخرى من حامل ضلع آخر + التوازي بين حامل الضلع الثالث و المستقيم المار من النقطتين السابقتين

**تمرين 2** : $ABC$ مثلث حيث : $AB=5\,cm$ و $AC=10\,cm$ و $BC=8\,cm$

$E$ نقطة من $[AB]$ حيث $AE=2\,cm$ و $F$ نقطة من $[AC]$ حيث $AF=4\,cm$

1




للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

2 لدينا : $\frac{AE}{AB}=\frac{2}{5}$ و $\frac{AF}{AC}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ منه : $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$

الآن لدينا المثلث $ABC$ ، $E\in(AB)$ و $F\in(AC)$ و $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ و لـ $A$ و $E$ و $B$ نفس ترتيب النقط $A$ و $F$ و $C$ ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإننا نستنتج أن : $(EF)//(BC)$

3 لدينا في المثلث $ABK$ ، $E\in(AB)$ و $F\in(AC)$ و $(EC)//(BK)$

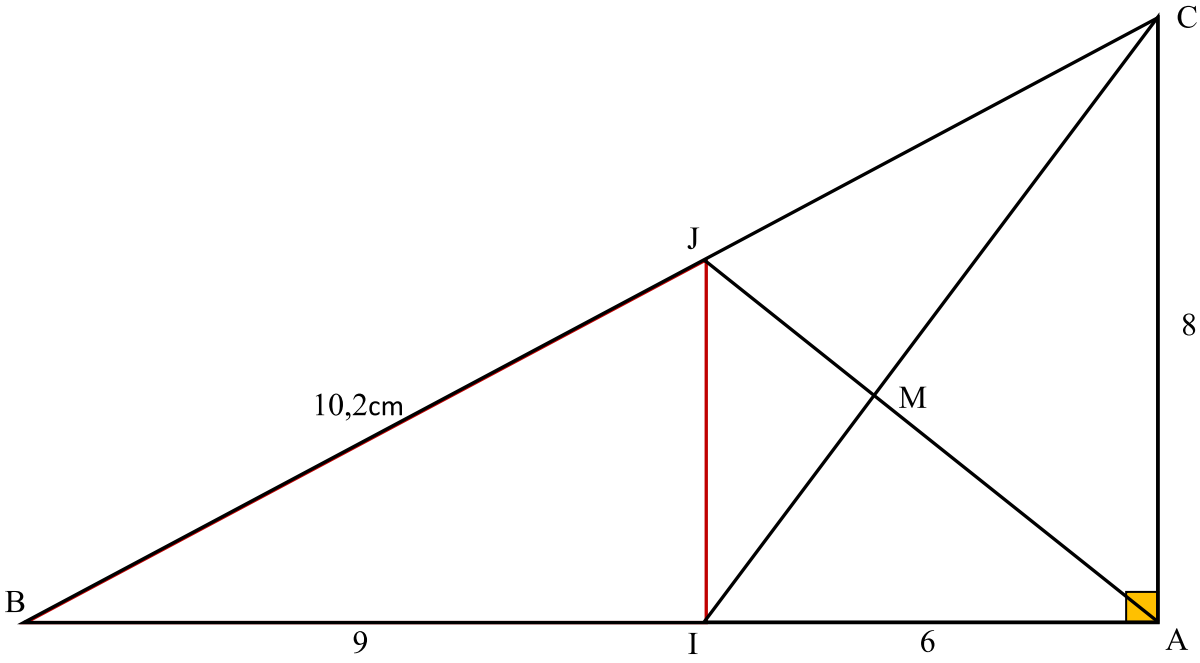
إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{AC}{AK}=\frac{AE}{AB}=\frac{CE}{KB}$ منه : $\frac{10}{AK}=\frac{2}{5}$

منه: $AK=\frac{10\times5}{2}=\frac{50}{2}=25\,cm$ بالتالي : $CK=AK-AC=25-10=15\,cm$

**تمرين 3** : $ABC$ مثلث حيث : $AB=15\,cm$ و $AC=8\,cm$ و $BC=17\,cm$

و لتكن $I$ نقطة من القطعة $[AB]$ حيث $IA=6\,cm$

1




2 لدينا : $BC^2=17^2=289$ و $AC^2=8^2=64$ و $AB^2=15^2=225$

بما أن : $225+64=289$ فإن : $AB^2+AC^2=BC^2$ إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث $ABC$ قائم الزاوية في النقطة $A$

إذن المثلث $IAC$ قائم الزاوية في $A$ ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن:

$$\begin{aligned} IC^2 &= AC^2+IA^2 \\ &= 8^2+6^2 \\ &= 64+36 \\ IC^2 &= 100 \\ IC &= 10\,cm \end{aligned}$$

4 أ لدينا : $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$ و $\frac{102}{170}=\frac{51}{85}=\frac{3}{5}$ منه: $\frac{BJ}{BC}=\frac{BI}{BA}$

لدينا المثلث $ABC$ ، $I\in(AB)$ و $J\in(BC)$ و $\frac{BJ}{BC}=\frac{BI}{BA}$ و لـ $B$ و $I$ و $A$ نفس ترتيب النقط $B$ و $J$ و $C$ ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإننا نستنتج أن : $(IJ)//(AC)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

**ب**

لدينا في المثلث $AMC$ ، $I\in(AB)$ و $J\in(BC)$ و $(IJ)//(AC)$ (حسب السؤال السابق)

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{BJ}{BC}=\frac{BI}{BA}=\frac{JI}{CA}$ منه : $\frac{3}{5}=\frac{JI}{8}$

بالتالي : $IJ=\frac{3\times 8}{5}=\frac{24}{5}=4{,}8\,cm$

يمكن أيضا استعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث $IJB$ بعد البرهان على الزاوية القائمة.

**ج**

لدينا المثلث $AMC$ ، $I\in(MC)$ و $J\in(AM)$ و $(IJ)//(AC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{MI}{MC}=\frac{MJ}{MA}=\frac{IJ}{CA}$ منه : $\frac{MI}{MC}=\frac{IJ}{CA}$ منه : $\frac{MI}{IJ}=\frac{MC}{CA}$

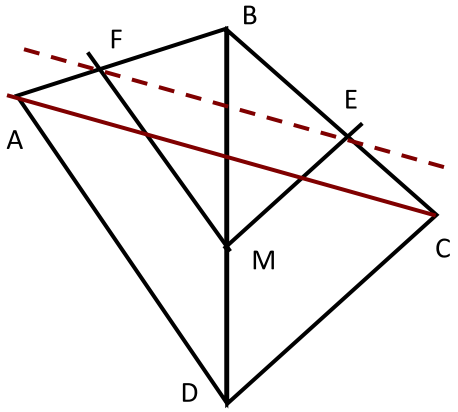
و باستعمال قواعد التناسب نستنتج أن : $\frac{MI}{IJ}=\frac{MC}{CA}=\frac{MI+MC}{IJ+CA}=\frac{IC}{IJ+CA}$

منه: $\frac{MI}{4,8}=\frac{MC}{8}=\frac{10}{12,8}$ بالتالي: $MC=\frac{80}{12,8}=6{,}25\,cm$ و $MI=\frac{48}{12,8}=3{,}75\,cm$

عند الحصول على التناسب $\frac{MI}{MC}=\frac{MJ}{MA}=\frac{IJ}{CA}$ نجد أنه غير كاف لأنه يتضمن مسافتين مجهولتين إحداهما في البسط و الأخرى في المقام ، الحل يكمن في استعمال قواعد التناسب التي تتيح جمع هذين التعبيرين في البسط بعد مبادلة وسطي التناسب، و لفهم أكثر نذكر بالخاصيتين:

إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن: $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ (تسمى مبادلة وسطي التناسب) / إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

**تمرين 4 :**




**1**

لنقارن $\frac{BE}{BC}$ و $\frac{BM}{BD}$ ، لدينا في المثلث $BDC$ ، $E\in(BC)$ و $M\in(BD)$ و $(EM)//(DC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{BM}{BD}=\frac{BE}{BC}$

**2**

لنقارن $\frac{BM}{BD}$ و $\frac{BF}{BA}$ ، لدينا في المثلث $ADB$ ، $F\in(AB)$ و $M\in(BD)$ و $(FM)//(AD)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{BF}{BA}=\frac{BM}{BD}$

**3**

لدينا في المثلث $ABC$ : $F\in(AB)$ و $E\in(BC)$

للنقط $B$ و $E$ و $C$ نفس ترتيب النقط $B$ و $F$ و $A$

و لدينا حسب السؤالين السابقين : $\frac{BM}{BD}=\frac{BE}{BC}$ و $\frac{BF}{BA}=\frac{BM}{BD}$ منه : $\frac{BF}{BA}=\frac{BE}{BC}$

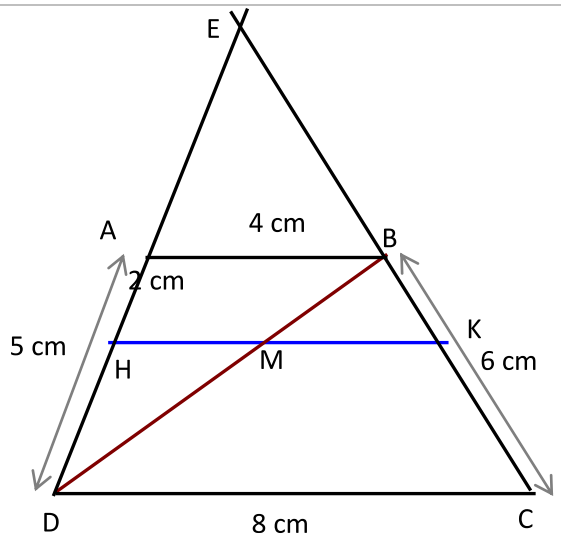
إذن و حسب مبرهنة طاليس العكسية : $\boxed{(EF)//(AC)}$

يجب تحديد المثلث عند استعمال مبرهنة طاليس (المباشرة و العكسية)، عند استعمال مبرهنة طاليس العكسية يجب التأكيد على ترتيب النقط ، و اثبات التناسب باستعمال أسئلة سابقة أو باستعمال المعطيات.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

**تمرين 5 :**




**1**

لدينا في المثلث $ADB$ ، $H \in (AD)$ و $M \in (DB)$ و $(HM)//(AB)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $(1)$ $\dfrac{AH}{AD} = \dfrac{BM}{BD}$

لدينا في المثلث $DBC$ ، $K \in (BC)$ و $M \in (DB)$ و $(MK)//(DC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $(2)$ $\dfrac{BK}{BC} = \dfrac{BM}{BD}$

إذن : $\boxed{\dfrac{BK}{BC} = \dfrac{AH}{AD}}$ منه : $\dfrac{BK}{6} = \dfrac{2}{5}$ ، بالتالي $\boxed{BK = \dfrac{6\times 2}{5} = \dfrac{12}{5} = 2{,}4}$ و $\boxed{CK = BC - BK = 6 - 2{,}4 = 3{,}6}$

**2**

لنحسب $MH$ ، لدينا في المثلث $ADB$ ، $H \in (AD)$ و $M \in (DB)$ و $(HM)//(AB)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\dfrac{DH}{DA} = \dfrac{DM}{DB} = \dfrac{HM}{AB}$ ، منه : $\dfrac{HM}{AB} = \dfrac{DH}{DA}$ أي : $\dfrac{HM}{4} = \dfrac{5-2}{5}$

بالتالي : $\boxed{MH = \dfrac{4\times 3}{5} = \dfrac{12}{5} = 2{,}4}$

**3**

لنحسب $EA$ و $EB$ ،لدينا في المثلث $EDC$ ، $A \in (ED)$ و $B \in (CE)$ و $(DC)//(AB)$

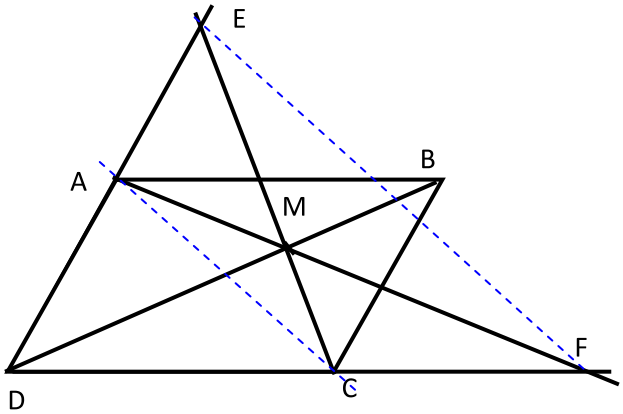
إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\dfrac{EA}{ED} = \dfrac{EB}{EC} = \dfrac{AB}{DC} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$ إذن : $ED = 2\,EA$ و $EC = 2\,EB$

وهذا يعني أن $A$ منتصف $[DE]$ و $B$ منتصف $[CE]$

وبالتالي : $\boxed{EA = AD = 5\,cm}$ و $\boxed{EB = BC = 6\,cm}$

في السؤال الثالث يمكن استعمال قواعد التناسب لإيجاد المسافة المطلوبة، لكن نسبة النصف كانت مفيدة لاستنتاج وجود المنتصف و بالتالي اختصار الطريقة.

**تمرين 6 :**



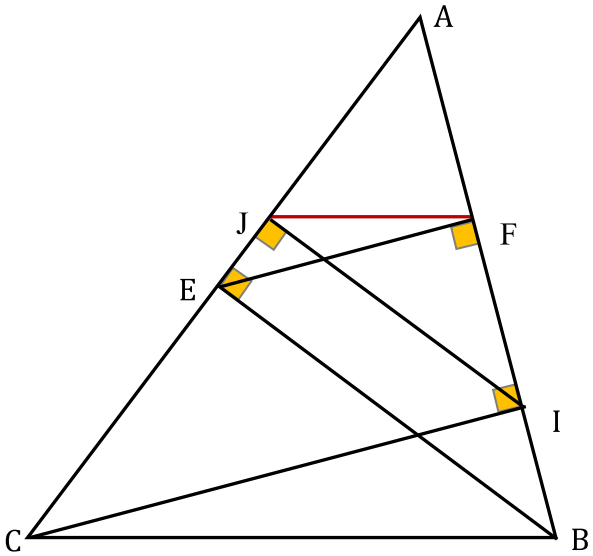

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

| | |
|---|---|
| 1 | لنقارن $\frac{MB}{MD}$ و $\frac{MA}{MF}$ ، لدينا في المثلث $MDF$ ، $A\in(MF)$ و $B\in(MD)$ و $(AB)//(DF)$<br>إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{MA}{MF}=\frac{MB}{MD}$ |
| 2 | لنقارن $\frac{MB}{MD}$ و $\frac{MC}{ME}$ ، لدينا في المثلث $MDE$ ، $C\in(EM)$ و $B\in(MD)$ و $(BC)//(DE)$<br>إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{MC}{ME}=\frac{MB}{MD}$ |
| 3 | لدينا في المثلث $MEF$ ، $A\in(MF)$ و $C\in(ME)$ ، للنقط $A$ و $M$ و $F$ نفس ترتيب النقط $C$ و $M$ و $E$<br>و لدينا حسب السؤالين السابقين : $\frac{MA}{MF}=\frac{MB}{MD}$ و $\frac{MC}{ME}=\frac{MB}{MD}$ منه : $\frac{MC}{ME}=\frac{MA}{MF}$<br>إذن و حسب مبرهنة طاليس العكسية : $(EF)//(AC)$ |

صعوبة السؤال تكمن في العثور على المثلث المناسب لتطبيق الخاصية ، سواء المباشرة أو العكسية ، لذلك حاول استعمال ألوان لتوضيح المثلث المناسب.

**تمرين 7** : ـ مزيدا من التفكير ـ




بما أن : $(AC)\perp(EB)$ و $(AC)\perp(IJ)$ فإن $(EB)//(IJ)$ وبما أن : $(AB)\perp(EF)$ و $(AB)\perp(IC)$ فإن $(EF)//(IC)$

إذن باستعمال مبرهنة طاليس المباشرة في كل من المثلثين $AEB$ و $AIC$

نجد: $\frac{AF}{AI}=\frac{AE}{AC}$ و $\frac{AJ}{AE}=\frac{AI}{AB}$

نستنتج إذن أن : $AF=\frac{AE\times AI}{AC}$ و $AJ=\frac{AI\times AE}{AB}$ منه: $\frac{AF}{AJ}=\frac{\frac{AE\times AI}{AC}}{\frac{AE\times AI}{AB}}=\frac{AE\times AI}{AC}\times\frac{AB}{AE\times AI}=\frac{AB}{AC}$

الآن باستعمال هذا التناسب : $\frac{AF}{AJ}=\frac{AB}{AC}$ في المثلث $ABC$

و بالاستعانة بمبرهنة طاليس العكسية نستنتج أن $(JF)//(BC)$

تمرين يوضح بجلاء أهمية مبرهنة طاليس المباشرة و العكسية، حيث أن هذا التمرين يصعب إنجازه (إن لم نقل يستحيل) بأي مفهوم آخر أو قاعدة أخرى

مثل هذه التمارين التي تتضمن كلا المبرهنتين المباشرة و العكسية يستحسن إنجازها و فهمها جيدا لأنها أفضل وسيلة لاستعياب الدرس.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma