Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع



## Exercice 1 :

### 1ère partie :

Soit $h$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=xe^x+1$

① - a - Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} h(x)$.

b - Calculer $h'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$, puis étudier les variations de la fonction $h$.

② - En déduire le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$.

### 2ème partie :

Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x-e^x+2$.

① - a - Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} g(x)$.

b - Calculer $g'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$, puis étudier les variations de la fonction $g$.

② - Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet deux solutions réelles distinctes $\alpha$ et $\beta$ dans $\mathbb{R}$ tel que $\alpha\succ\beta$, puis montrer que $1,14\prec\alpha\prec1,15$.

③ - En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

### 3ème partie :

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$.

① - Calculer : $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$.

② - a - Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$.

b - Etudier les variations de $f$, puis dresser la tableau de variation.

③ - a - Montrer que : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$

b - Donner un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude $10^{-2}$.

④ - Déterminer l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse 0.

⑤ - a - Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R})$ : $f(x)-x=\dfrac{(x+1)\times u(x)}{xe^x+1}$, tel que : $u(x)=e^x-xe^x-1$.

b - Etudier les variations de $u$ sur $\mathbb{R}$.

c - En déduire le signe de $u$ sur $\mathbb{R}$.

d - En déduire les positions relatives de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et la droite $(T)$.

⑥ - Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

( On prends $-1,85\prec\beta\prec-1,84$ et $-1,19\prec f(\beta)\prec-1,18$ $\dfrac{2}{e^2}\approx0,27$ ).

## Exercice 2 :

### 1ère partie :

Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x-1+e^{-x}$.

① - Calculer $g'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$, puis étudier les variations de la fonction $g$.

idrissi405@gmail.com



Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

② - Dresser le tableau de variations de $g$ .

③ - a -Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $g(x) \geq 0$

b - Déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $x + e^{-x} \geq 1$ .

**☺ 2ème partie :**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x}{x + e^{-x}}$ .

① - Déterminer $D_f$ l'ensemble de définition de la fonction f .

② - Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$: $f(x) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{xe^x}}$ .

③ - a - Calculer : $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} f(x)$ .

b - interpréter graphiquement les résultats obtenus.

④ - a - Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ .

b - Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ .

⑤ - a - Déterminer l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse 0.

b - Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $x - f(x) = \dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ .

Puis étudier le signe de $x - f(x)$ sur $\mathbb{R}$ .

c - En déduire les positions relatives de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et la droite $(T)$ .

⑥ - Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .( On prends $\dfrac{1}{1-e} \approx -0,6$ ).

**☺ 3ème partie :**

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ ; $(\forall n \in \mathbb{N})$ .

①- Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $0 \leq u_n \leq 1$ .

②- Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante.

③- Montrer que la suite $(u_n)$ est convergente et déterminer sa limite.

## Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x(e^{2x} - 1)}{e^{2x} + 1}$ .

① - a - Vérifier que : $f(x) = \dfrac{x(1 - e^{-2x})}{1 + e^{-2x}}$ .

b - Etudier la parité de f et interpréter les résultats graphiquement.

② - a - Calculer $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$ .

b - Montrer que la droite $(\Delta)$ d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ .

c - En déduire les positions relatives de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et la droite $(\Delta)$ .

idrissi405@gmail.com



Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

③ - a - Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b - Calculer $f'(0)$ et interpréter les résultats graphiquement.

c - Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^+)$: $e^{4x} - 1 \geq 0$ .

d - En déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}^+$, puis dresser le tableau de variations de f .

④ - Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

## Exercice 4 :

**1ère partie :** Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x + e^{-x}$ .

① - Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis étudier les variations de la fonction g.

② - a - Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $g(x) \geq 1$

b - Déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $1 + xe^x \succ 0$ .

**2ème partie :** On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln(1 + xe^x)$ .

① - Déterminer $D_f$ , puis calculer $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$.

② - Calculer $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat obtenu .

③ - a - Calculer $(\forall x \in D_f)$: $f'(x)$ .

b - Dresser le tableau de variations de f sur $D_f$ .

④ - a - Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$: $f(x) = x + \ln x + \ln\left(1 + \frac{1}{xe^x}\right)$ .

b - Etudier la branche infinie de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.

⑤ - Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

## Exercice 5 :

**1ère partie :** Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$.

① - Déterminer $D_g$ , puis calculer $\lim\limits_{x \mapsto 1^+} g(x)$.

② - Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in D_g$, puis étudier les variations de la fonction g.

③ - a - Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ dans $[e+1; e^3+1]$.

b - Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]1;\alpha]$ et $[\alpha;+\infty[$.

**2ème partie :** On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$.

① - a - Déterminer $D_f$ l'ensemble de définition de la fonction f .

b - Trouver les limites de f aux bornes des intervalles de l'ensemble de définition $D_f$ .

② - a - Calculer $(\forall x \in D_f)$: $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f .

b - Montrer que : $(\forall x \in D_f)$: $f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha - 1}$ .

③ - Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

idrissi405@gmail.com



Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

## Exercice 6 :

### 1ère partie :

Soit $g$ la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x)=e^x+2x-e^{-x}$.

① - Calculer $g'(x)$ pour tout $x\in[0;+\infty[$.

② - Dresser le tableau variations de la fonction $g$.

③ - Déduire que : $(\forall x\in[0;+\infty[):\ g(x)\succ 0$.

### 2ème partie :

On considère la fonction $f$ définie par : $f(x)=x-\dfrac{2x}{1+e^x}$.

① - Déterminer $D_f$ .

②- a - Vérifier que : $(\forall x\in\mathbb{R}):\quad \dfrac{2x}{e^{-x}+1}=2x-\dfrac{2x}{1+e^x}$ .

b - Etudier la parité de $f$.

③ - Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$.

④ - a - Montrer que : $(\forall x\in D_f):\quad f'(x)=\dfrac{g(x)e^x}{(e^x+1)^2}$ .

b - Montrer que la fonction $f$ est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

c - Dresser le tableau de variations de $f$ sur $D_f$.

⑤ - a - Montrer que la droite $(\Delta)$ d'équation $y=x$ est une asymptote oblique à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ .

b - Etudier les positions relatives de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et la droite $(\Delta)$ .

⑥- Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

### 3ème partie :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases}u_0=\ln 2\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ ; $(\forall n\in\mathbb{N})$.

①- Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad u\succ 0$.

②- Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante.

③- Montrer que la suite $(u_n)$ est convergente et déterminer sa limite.

idrissi405@gmail.com



Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع