Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

أجوبة امتحان الدورة العادية 2013

التمرين الأول

1 أ

لدينا : $\begin{cases} A(-1;1;0) \\ B(1;0;1) \\ O(0;0;0) \end{cases}$ إذن : $\begin{cases} \overrightarrow{OA}(-1;1;0) \\ \overrightarrow{OB}(1;0;1) \end{cases}$

و منه : $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$

$= \vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k}$

لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستوى (OAB) .

نعلم أن المتجهة $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ متجهة منظمية على المستوى (OAB) .

إذن فهي عمودية على جميع متجهات المستوى (OAB)

إذن المتجهتان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ متعامدتان

يعني ، باستعمال الجداء السلمي : $\overrightarrow{OM} \cdot (\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}) = 0$

أي : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$ يعني : $x + y - z = 0$

و هذه الكتابة الأخيرة تميز نقط المستوى (OAB)

إذن فهي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

1 ب

لدينا $\Omega(1;1;-1)$ و $(OAB) : x + y - z = 0$

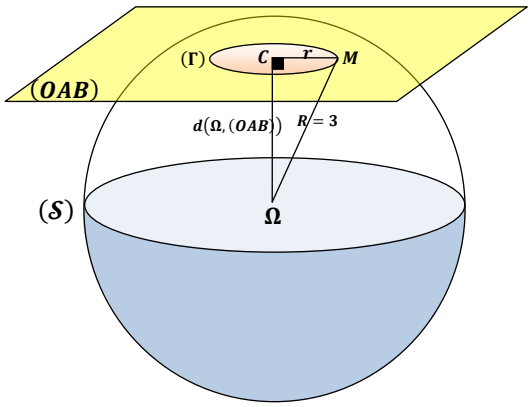
إذن : $d(\Omega,(OAB)) = \dfrac{|1+1-(-1)|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} = \dfrac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

و نعلم أن $(\mathcal{S})$ فلكة مركزها Ω و شعاعها $R = 3$.

نلاحظ إذن أن : $\sqrt{3} < 3$ يعني : $d(\Omega,(OAB)) < Rayon(\mathcal{S})$

إذن المستوى (OAB) يقطع الفلكة $(\mathcal{S})$ وفق دائرة (Γ) مركزها $C(\alpha;\beta;\gamma)$ و شعاعها r .

لتحديد قيمة الشعاع r نستعين بالشكل التالي :



من خلال هذا الشكل نلاحظ أن : $(OAB) \perp (\Omega C)$ إذن : $(\Omega C) \perp (CM)$

نستطيع إذن تطبيق مبرهنة فيتاغورس في ΩCM المثلث القائم الزاوية في C

إذن : $\Omega M^2 = \Omega C^2 + CM^2$

يعني : $3^2 = (\sqrt{3})^2 + r^2$ يعني : $r = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$

2 أ

ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB) .

و لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من (Δ) .

بما أن (Δ) عمودي على (OAB) و $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ منظمية على (OAB)

فإن أي متجهة موجهة لـ (Δ) تكون مستقيمية مع المتجهة $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$.

لدينا $\overrightarrow{\Omega M}$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ) .

إذن المتجهتان $\overrightarrow{\Omega M}$ و $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ مستقيميتان .

يعني : $(\exists t \epsilon \mathbb{R})$; $\overrightarrow{\Omega M} = t(\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB})$

أي : $(\exists t \epsilon \mathbb{R})$; $\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z+1 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

يعني : $(\Delta) : \begin{cases} x-1 = t \\ y-1 = t \\ z+1 = -t \end{cases}$; $(t \epsilon \mathbb{R})$

يعني : $(\Delta) : \begin{cases} x = t+1 \\ y = t+1 \\ z = -t-1 \end{cases}$; $(t \epsilon \mathbb{R})$

و هذه الكتابة الأخيرة عبارة عن تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

2 ب

بما أن (Δ) مار من Ω و عمودي على (OAB) فإن (Δ) و (ΩC) منطبقان

يعني : $C(\alpha;\beta;\gamma) \epsilon (\Delta)$

و لدينا من جهة ثانية : $C(\alpha;\beta;\gamma) \epsilon (OAB)$

نحصل إذن على النظمة التالية : $\begin{cases} C(\alpha;\beta;\gamma) \epsilon (\Delta) \\ C(\alpha;\beta;\gamma) \epsilon (OAB) \end{cases}$

و نعلم أن : $\begin{cases} (\Delta) : \begin{cases} x = t+1 \\ y = t+1 \\ z = -t-1 \end{cases} ; (t \epsilon \mathbb{R}) \\ (OAB) : x + y - z = 0 \end{cases}$

إذن نعوض x و y و z بالمجاهيل α و β و γ نجد : $\begin{cases} \alpha = 1+t \\ \beta = 1+t \\ \gamma = -1-t \\ \alpha + \beta - \gamma = 0 \end{cases}$

نعوض بعد ذلك α و β و γ بالتعابير التي تضم البارامتر t في آخر معادلة

نجد : $(1+t) + (1+t) - (-1-t) = 0$

و نحل هذه المعادلة الظريفة من الدرجة الأولى بمجهول واحد نجد :

$3t + 3 = 0$ أي : $t = -1$

نعوض t بالقيمة -1 في تعابير α و β و γ نجد : $\begin{cases} \alpha = 1-1 = 0 \\ \beta = 1-1 = 0 \\ \gamma = -1+1 = 0 \end{cases}$

إذن النقطة C التي نبحث عنها ما هي إلا أصل المعلم .

و بالتالي (Γ) دائرة مركزها O أصل المعلم .

التمرين الثاني

1 أ

$(1+i)(-3+6i) = -3+6i-3i-6 = -9+3i$

الهدف من هذه المتساوية هو توظيفها أثناء حساب $\dfrac{c-a}{b-a}$

$\dfrac{c-a}{b-a} = \dfrac{(-2+5i)-(7+2i)}{(4+8i)-(7+2i)} = \dfrac{-9+3i}{-3+6i}$

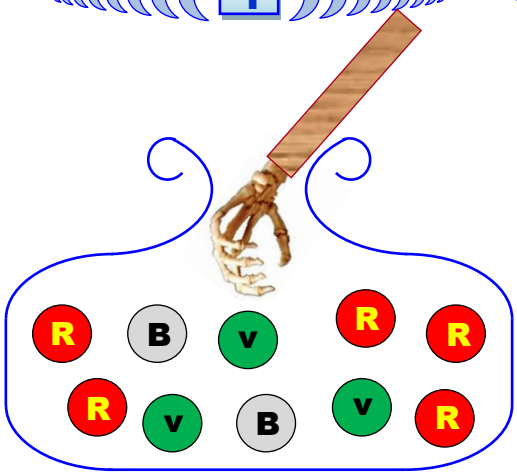
$= \dfrac{(1+i)(-3+6i)}{(-3+6i)} = (1+i)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

التمرين الثالث

1



عندما نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من صندوق يحتوي على 10 كرات فإنه توجد C_{10}^4 نتيجة ممكنة .

يعني : $card(\Omega) = C_{10}^4 = 210$

بحيث Ω هو كون امكانيات هذه التجربة العشوائية .

لدينا : $p(A) = p\left(\begin{array}{c}\text{كرتان حمراوين و كرتان خضراوين}\end{array}\right) = \dfrac{card\left(\begin{array}{c}\text{كرتان حمراوين و كرتان خضراوين}\end{array}\right)}{card(\Omega)}$

$= \dfrac{C_5^2 \times C_3^2}{210} = \dfrac{10 \times 3}{210} = \dfrac{1}{7}$

و لدينا كذلك : $p(B) = p\left(\begin{array}{c}\text{لا توجد أية كرة بيضاء مما سحبناه}\end{array}\right)$

و نلاحظ أن : $\left(\begin{array}{c}\text{لا توجد أية كرة بيضاء مما سحبناه}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{توجد على الأقل كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة}\end{array}\right)$

$= \left(\begin{array}{c}\text{كرتان بيضاوين و كرتان تخالفان اللون الأبيض}\end{array}\right)$ أو $\left(\begin{array}{c}\text{كرة بيضاء واحدة و ثلاث كرات غير ذلك}\end{array}\right)$

$p\left(\begin{array}{c}\text{توجد على الأقل كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة}\end{array}\right) = p\left(\begin{array}{c}\text{كرتان بيضاوين و كرتان تخالفان اللون الأبيض}\end{array}\right) + p\left(\begin{array}{c}\text{كرة بيضاء واحدة و ثلاث كرات غير ذلك}\end{array}\right)$

$= \dfrac{C_2^1 \times C_8^3}{210} + \dfrac{C_2^2 \times C_8^2}{210} = \dfrac{2 \times 56}{210} + \dfrac{28}{210} = \dfrac{2}{3}$

و بالتالي : $p(B) = 1 - p(\bar{B}) = 1 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$

2 أ

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة (يعني سحب أربع كرات في آن واحد) بعدد الكرات المسحوبة .

يضم الصندوق كرتين بيضاوين و 8 كرات تخالف اللون الأبيض .

إذن عندما نسحب في آن واحد أربع كرات فإنه يُحتمل الحصول على كرات كلها تخالف الأبيض ، أو الحصول على كرة بيضاء واحدة و الباقي يخالف الأبيض ، أو الحصول على كرتين بيضاوين و كرتين غير ذلك .

إذن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي هي : 0 و 1 و 2

أو بتعبير أجمل : $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

1 ب

لدينا : $\dfrac{c-a}{b-a} = 1 + i$ إذن : $\left|\dfrac{c-a}{b-a}\right| = |1+i|$

يعني : $\dfrac{|c-a|}{|b-a|} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

إذن : $|c-a| = \sqrt{2} \cdot |b-a|$

أي : $AC = \sqrt{2} \cdot AB$

من جهة ثانية ، لدينا : $\dfrac{c-a}{b-a} = 1 + i$

لنكتب العدد العقدي $(1+i)$ على الشكل المثلثي :

$(1+i) = \sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= \sqrt{2}\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right) = \sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}$

إذن : $\dfrac{c-a}{b-a} = \sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}$

و منه : $\arg\left(\dfrac{c-a}{b-a}\right) \equiv \arg\left(\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}\right)\ [2\pi]$

يعني : $\arg\left(\dfrac{c-a}{b-a}\right) \equiv \dfrac{\pi}{4}\ [2\pi]$

أي : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \dfrac{\pi}{4}\ [2\pi]$

إذن $\dfrac{\pi}{4}$ قياس للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

2 أ

لدينا الدوران $\mathcal{R}$ معرف بما يلي :

$\mathcal{R}_B\left(\frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc}(\mathcal{P}) & \mapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \mapsto & M'(z')\end{array}$

ننطلق من المعطى : $\mathcal{R}(A) = D$

إذن حسب التعريف العقدي للدوران نكتب :

$(aff(D) - aff(B)) = e^{\frac{i\pi}{2}}(aff(A) - aff(B))$

يعني : $(d-b) = e^{\frac{i\pi}{2}}(a-b)$

يعني : $d - 4 - 8i = i(7 + 2i - 4 - 8i)$

يعني : $d = 7i - 2 - 4i + 8 + 4 + 8i$

أي : $d = 10 + 11i$

2 ب

$\dfrac{d-c}{b-c} = \dfrac{(10+11i) - (-2+5i)}{(4+8i) - (-2+5i)}$

$= \dfrac{12+6i}{6+3i} = \dfrac{2(6+3i)}{(6+3i)} = 2$

إذن : $\dfrac{d-c}{b-c} = 2$ و منه : $(d-c) = 2(b-c)$

و باستعمال المتجهات نكتب : $\overrightarrow{CD} = 2\,\overrightarrow{CB}$

إذن النقط C و B و D نقط مستقيمية .

يمكن أن نجيب بطريقة أخرى مبينة كما يلي :

لدينا : $\dfrac{d-c}{b-c} = 2$ إذن : $\arg\left(\dfrac{d-c}{b-c}\right) \equiv 0\ [2\pi]$

يعني : $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right) \equiv 0[2\pi]$

إذن النقط C و B و D نقط مستقيمية .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

2 ب

لدينا الحدث $[X=1]$ هو الحصول بالضبط على كرة بيضاء واحدة و ثلاث كرات مخالفة للون الأبيض .

إذن : $p[X=1]=\dfrac{C_2^1\times C_8^3}{210}=\dfrac{2\times 56}{210}=\dfrac{8}{15}$

نقصد بقانون احتمال المتغير العشوائي X احتمال كل قيمة من قيم هذا المتغير العشوائي .

لدينا حسب السؤال 1) : $p(B)=\frac{1}{3}$ إذن : $p[X=0]=\frac{1}{3}$

يكفي الآن أن نحسب $p[X=2]$

الحدث $[X=2]$ هو الحصول بالضبط على كرتين بيضاوين و كرتين تخالفين الأبيض

إذن : $p[X=2]=\dfrac{C_2^2\times C_8^2}{210}=\dfrac{28}{210}=\dfrac{2}{15}$

و بالتالي قانون احتمال المتغير العشوائي X هو التطبيق P_X المعرف بما يلي :

$$\begin{array}{rcl} P_X : \{0;1;2\} & \longmapsto & [0;1] \\ 0 & \longmapsto & P_X(0)=\frac{1}{3} \\ 1 & \longmapsto & P_X(1)=\frac{8}{15} \\ 2 & \longmapsto & P_X(2)=\frac{2}{15} \end{array}$$

و للتأكد من صحة الجواب يجب أن نتحقق من أن :

$P_X(0)+P_X(1)+P_X(2)=1$

التمرين الرابع

1

ليكن $n\in\mathbb{N}^*$. لدينا :

$$5-u_{n+1}=5-\frac{25}{10-u_n}=\frac{50-5u_n-25}{10-u_n}$$
$$=\frac{25-5u_n}{10-u_n}=\frac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$$

لنبين بالترجع صحة العبارة (P_n) المعرفة بما يلي :

(P_n) : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $5-u_n>0$

لدينا : $5-0>0$ يعني : $5-u_n>0$

إذن العبارة (P_1) صحيحة .

نفترض أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $5-u_n>0$

إذن الكمية $(5-u_n)$ كمية موجبة قطعا .

و منه فإن الكميتان $5(5-u_n)$ و $5+(5-u_n)$ موجبتان قطعا .

إذن $\dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ كمية موجبة قطعا باعتبارها خارج كميتين موجبتين قطعا

أي : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $\dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}>0$

أي : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $5-u_{n+1}>0$

إذن العبارة (P_{n+1}) صحيحة .

نحصل إذن على ما يلي :

$$\begin{cases} (P_1)\ est\ vraie \\ (P_n)\ implique\ (P_{n+1}) \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N}^*) \end{cases}$$

إذن حسب مبدأ الترجع : $(P_n)\ est\ toujours\ vraie$

أي : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $5-u_n>0$

2 أ

ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}^*$. لدينا : $v_n=\dfrac{5}{5-u_n}$

إذن :

$$v_{n+1}=\frac{5}{5-u_{n+1}}=5\times\left(\frac{1}{5-u_{n+1}}\right)$$
$$=5\times\left(\frac{5+(5-u_n)}{5(5-u_n)}\right)=\frac{5+(5-u_n)}{(5-u_n)}=\frac{10-u_n}{5-u_n}$$

إذن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_{n+1}=\dfrac{10-u_n}{5-u_n}$

و منه :

$$v_{n+1}-v_n=\frac{10-u_n}{5-u_n}-\frac{5}{5-u_n}$$
$$=\frac{10-u_n-5}{5-u_n}=\frac{5-u_n}{5-u_n}=1$$

2 ب

بما أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_{n+1}-v_n=1$

يعني : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_{n+1}=v_n+1$

فإن : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية حسابية أساسها 1 .

إذن حدها العام v_n يكتب على الشكل :

$(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_n=v_1+(n-1)1$

لدينا : $v_1=\dfrac{5}{5-u_1}=\dfrac{5}{5-0}=1$

إذن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_n=1+(n-1)1$

أي : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_n=n$

و بما أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_n=\dfrac{5}{5-u_n}$

فإن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $n=\dfrac{5}{5-u_n}$

يعني : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $5n-nu_n=5$

يعني : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $nu_n=5n-5$

يعني : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $u_n=5-\dfrac{5}{n}$

2 ج

$$\lim_{n\infty}(u_n)=\lim_{n\infty}\left(5-\frac{5}{n}\right)=5-\frac{5}{\infty}=5-0=5$$

التمرين الخامس

1

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-2)^2e^x=(+\infty-2)^2e^{+\infty}$$
$$=(+\infty)e^{+\infty}=(+\infty)\times(+\infty)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x-2)^2e^x}{x}=\lim_{x\to+\infty}(x-2)^2\left(\frac{e^x}{x}\right)$$
$$=(+\infty)^2\times(+\infty)=+\infty$$

نحصل إذن على النهايتين التاليتين :

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty \end{cases}$$

و من هاتين النهايتين نستنتج أن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

2 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$.

$$f(x) = (x-2)^2e^x = (x^2-4x+4)e^x$$
$$= x^2e^x - 4xe^x + 4e^x$$

2 ب

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \underbrace{x^2e^x}_{x\to-\infty} - 4\underbrace{xe^x}_{x\to-\infty} + 4\underbrace{e^x}_{x\to-\infty} = 0$$

0^+ $\quad$ 0^- $\quad$ 0^+

محور الأفاصيل مقارب أفقي للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $-\infty$

ملاحظة :

$$\lim_{x\to-\infty} x^n e^x = \begin{cases} 0^+ & si\ n\ est\ pair \\ 0^- & si\ n\ est\ impair \end{cases}$$

3 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$.

لدينا : $f(x) = (x-2)^2e^x$

إذن :

$$f'(x) = 2(x-2)e^x + (x-2)^2e^x$$
$$= (x-2)e^x\big(2+(x-2)\big)$$
$$= (x-2)xe^x$$

إذن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f'(x) = x(x-2)e^x$

3 ب

لدينا : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f'(x) = x(x-2)e^x$

نعلم أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ e^x > 0$

إذن إشارة $f'(x)$ تتعلق بإشارتي x و $(x-2)$

و يُبَيِّنُ الجدول التالي إشارة $f'(x)$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		0	$\nearrow$ 4		$\searrow$ 0		$\nearrow$ $+\infty$

إذن من خلال هذا الجدول نستنتج أن f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ و تناقصية على المجال $[0;2]$.

4 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. لدينا : $f'(x) = x(x-2)e^x$

إذن : $f''(x) = (x-2)e^x + xe^x + x(x-2)e^x$

ملاحظة : $(uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$

و بالتالي : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f''(x) = (x^2-2)e^x$

و نعلم أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ e^x > 0$

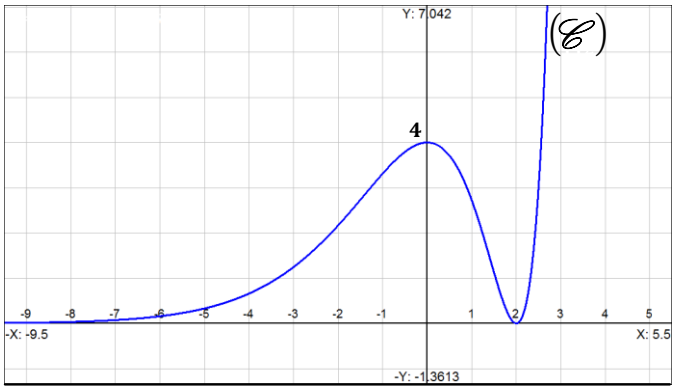
إذن إشارة $f''(x)$ تتعلق فقط بإشارة (x^2-2) و نلاحظ أن يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما هما حلا المعادلة $x^2-2=0$

يعني : $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = 0$

أي : $x=-\sqrt{2}$ أو $x=\sqrt{2}$.

إذن المنحنى يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما هما $-\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$.

4 ب



5 أ

نعتبر الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $H(x) = (x-1)e^x$

نلاحظ أن H دالة متصلة على $\mathbb{R}$ لأنها عبارة عن تشكيلة منسجمة من الدوال المتصلة على $\mathbb{R}$.

و لدينا :

$$H'(x) = \big((x-2)e^x\big)'$$
$$= e^x + (x-1)e^x = xe^x = h(x)$$

إذن الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

$$\int_0^1 \underbrace{x}_{u}\underbrace{e^x}_{v'}\,dx = [uv]_0^1 - \int_0^1 u'v\,dx = [xe^x]_0^1 - [e^x]_0^1$$
$$= (e-0) - (e-1) = 1$$

5 ب

نحسب التكامل التالي باستعمال تقنية المكاملة بالأجزاء .

$$\int_0^1 \underbrace{x^2}_{u}\underbrace{e^x}_{v'}\,dx = [x^2e^x]_0^1 - \int_0^1 2xe^x\,dx$$
$$= [x^2e^x]_0^1 - 2\int_0^1 xe^x\,dx$$
$$= (e-0) - 2\times 1 = e-2$$

إذن : $\int_0^1 x^2e^x\,dx = e-2$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

5 ج

لتكن $\mathcal{A}$ مساحة الجزء من المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ ومحور الأفاصيل و المستقيمين $x=0$ و $x=1$.

نحسب $\mathcal{A}$ باستعمال التكامل التالي : $\mathcal{A}=\int_0^1 |f(x)|\,dx$

نعلم أن الدالة f تناقصية على $[0;2]$.

إذن فهي تناقصية على المجال $[0;1]$.

إذا كان : $0\le x\le 1$ فإن : $f(0)\ge f(x)\ge f(1)$

و منه : $4\ge f(x)\ge e\ge 0$

إذن : $f(x)$ كمية موجبة قطعا على المجال $[0;1]$.

و منه : $|f(x)|=f(x)$; $\forall x\epsilon[0;1]$

و بالرجوع إلى المساحة $\mathcal{A}$ نكتب :

$$\mathcal{A}=\int_0^1 |f(x)|\,dx=\int_0^1 f(x)\,dx$$

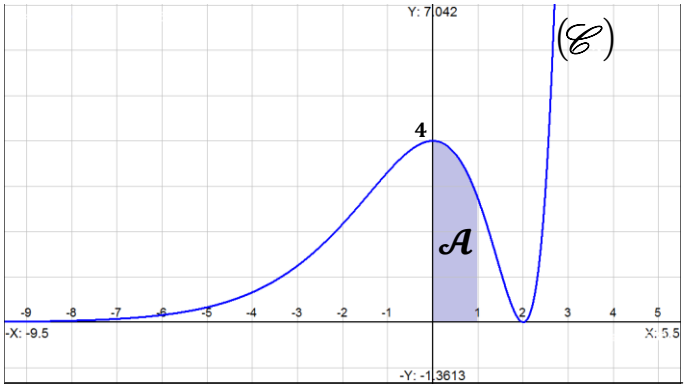
$$=\int_0^1 (x^2e^x-4xe^x+4e^x)\,dx$$

$$=\int_0^1 x^2e^x\,dx-4\int_0^1 xe^x\,dx+4\int_0^1 e^x\,dx$$

$$=(e-2)-4\times 1+4[e^x]_0^1$$

$$=(e-2)-4+4(e-1)=5e-10$$

$$=5(e-2)\approx 3{,}59\ cm^2$$



6

المعادلة : $x^2=e^{-x}+4x-4$

تصبح : $x^2-4x+4=e^{-x}$

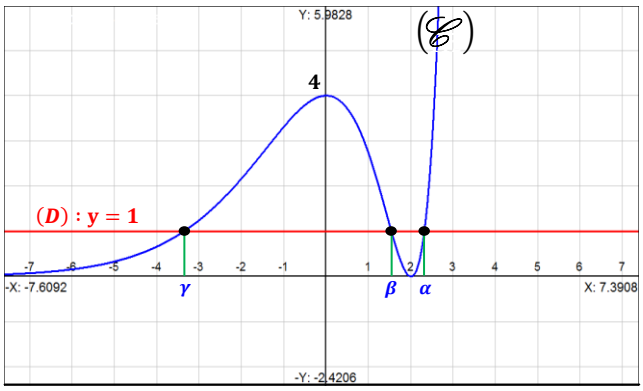
نضرب طرفي هذه المعادلة في الكمية الموجبة قطعا e^{-x} نجد :

$$e^x(x^2-e^{-x}-4x+4)=0$$

يعني : $x^2e^x-4xe^x+4e^x=1$ يعني : $f(x)=1$

إذن حلول هذه المعادلة الأخيرة هي أفاصيل نقط تقاطع المنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (D) ذو المعادلة $(D):y=1$.

و هو ما يُبَينه الشكل التالي :



إذن : المعادلة تقبل ثلاثة حلول و هي α و β و γ .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma