هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2008

المادة : الرياضيات
الشعب : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها
المعامل : 7
مدة الإنجاز : 3 س

تمرين 1:

1. حل المعادلة $z^2-8z+17=0$ في $\mathbb{C}$:
مميز المعادلة Δ هو :

$$\Delta = -8^{\,2}-4\times 17$$
$$=64-68$$
$$=-4=(2i)^2$$

إذن حلا المعادلة $z^2-8z+17=0$ هما :

$$z_1=\frac{-(-8)+2i}{2}=4+i \quad \text{و} \quad z_2=\overline{z_1}=4-i$$

2.أ- نبين أن $z'=-iz-1+3i$:

نضع الكتابة العقدية للدوران الذي مركزه w وزاويته $\frac{3\pi}{2}$:

$$z'-w=e^{i\frac{3\pi}{2}}(z-w)$$

نعلم أن : $e^{i\frac{3\pi}{2}}=\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-i$

إذن المتساوية السابقة تصبح :

$$z'-(1+2i)=-i(z-(1+2i))$$

أي : $z'=-iz+i(1+2i)+(1+2i)$

$$=-iz+i-2+1+2i$$

ومنه $=-iz-1+3i$

أي أن : $z'=-iz-1+3i$

ب- التحقق من أن : c = -i
لدينا صورة النقطة A بالدوران R هي النقطة C
إذن : $z'_A=z_C$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ومنه فإن : $z_C = -iz_A - 1 + 3i$

يعني أن : $= -ia - 1 + 3i$

يعني أن : $= -i(4+i) - 1 + 3i$

يعني أن : $= -4i + 1 - 1 + 3i = -i$

أي أن : $z_C = -i$

ج- نبين أن $b - c = 2(a - c)$ ، واستنتاج أن النقط A و B و C مستقيمية :

وبما أن : $b - c = 8 + 3i + i = 8 + 4i$ (1)

و : $2(a - c) = 2(4 + i + i) = 8 + 4i$ (2)

من (1) و (2) نجد $b - c = 2(a - c)$

أي أن : $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CA}$ وبالتالي فإن النقط A و B و C مستقيمية.

التمرين 2:

1. مركز (S) وشعاعها :

تكافئ معادلة الفلكة (S) :

$$x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 + 2z + 5 = 0$$

يعني أن : $(x-2)^2 - 4 + (y-3)^2 - 9 + (z+1)^2 - 1 + 5 = 0$

يعني أن : $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$

وبالتالي فإن مركز (S) هو النقطة $I(2,3,-1)$ وشعاعها هو : $R = \sqrt{9} = 3$

2. أ- نبين أن مسافة I عن (P) تساوي $\sqrt{6}$:

$$d(I,(p)) = \frac{|x_1 + 2y_1 + z_1 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 - 1^2}}$$

$$= \frac{|2 + 2\times 3 - 1 - 1|}{\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

ومنه فإن : مسافة I عن (P) تساوي $\sqrt{6}$

ب- الإستنتاج :

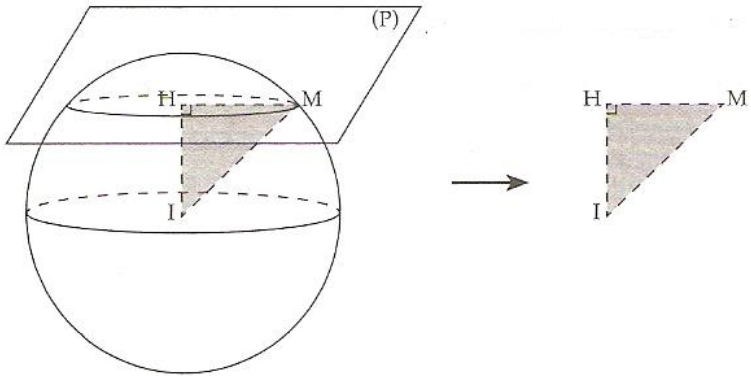
بما أن : $\sqrt{6} \prec 3$ أي أن $d(I,(p)) \prec R$ فإن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة Γ وشعاعها r بحيث :

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

$$= \sqrt{9 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{3}$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



r شعاع الدائرة وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة لدينا : $d^2+r^2=R^2$ إذن : $r=\sqrt{R^2-d^2}$

3.أ- التمثيل البارامتري ل (D) :

بما أن المتجهة $\vec{n}=(1,2,1)$ منظمية على المستوى (P) فإنها (أي $\vec{n}$) متجهة موجهة للمستقيم (D)

وبالتالي فإن تمثيل بارامتري ل (D) يكتب كالتالي :

$$\begin{cases} x=x_1+t \\ y=y_1+2t \\ z=z_1+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R}) \qquad \text{أي} \qquad \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=-1+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

ب- نبين أن مركز الدائرة Γ هي النقطة $H(1,1,-2)$:

تقاطع المستقيم (D) والمستوى (P) هي مركز الدائرة Γ .

لتحديد إحداثياتها نعوض x و y و z في معادلة (p) فنجد : $(2+t)+2(3+2t)+(-1+t)-1=0$

يعني أن : $t+4t+t+2+6-1-1=0$

وبالتالي فإن : $6t=-6$

ومنه فإن : $t=-1$

إذن إحداثيات H هي :

$$\begin{cases} x=2-1 \\ y=3-2 \\ z=-1-1 \end{cases}$$

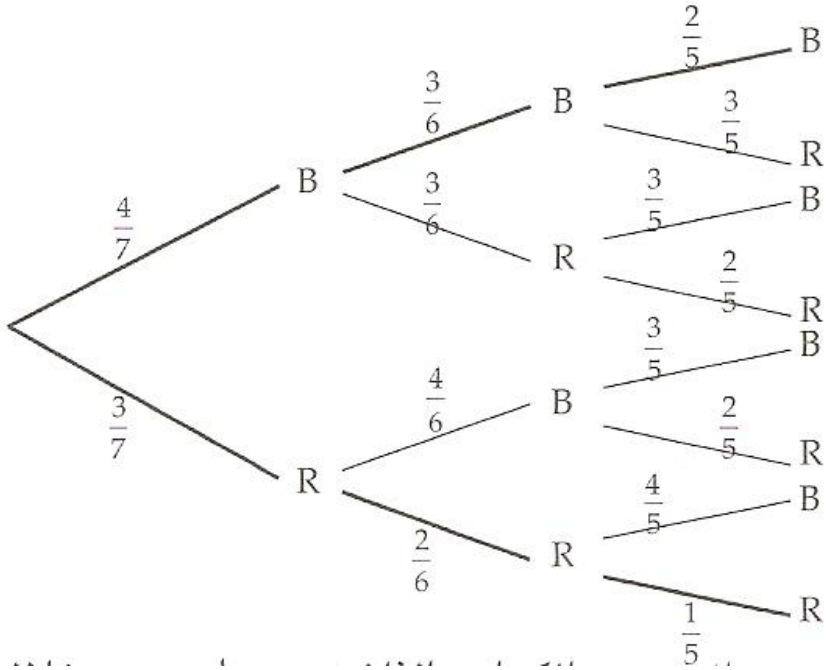
ومنه فإن : $H(1,1,-2)$

تمرين 3 :

يمكن استعمال شجرة الاختيارات كالتالي :

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



1. احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء :

يتحقق الحدث " الكرات الثلاث بيضاء " من خلال B-B-B– واحتماله هو جداء احتمالات فروعه

وبالتالي فإن : $P(BBB)=\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}$

يعني أن : $P(BBB)=\frac{24}{210}$

أي أن : $P(BBB)=\frac{8}{70}$

1. نبين أن احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$:

الكرات الثلاث من نفس اللون يعني انها كلها بيضاء أو حمراء .

وبالتالي فإن احتمال هذا الحدث هو :

$$P(BBB)+P(RRR)=\frac{4\times3\times2}{7\times6\times5}+\frac{3\times2\times1}{7\times6\times5}=\frac{24+6}{7\times6\times5}=\frac{30}{7\times30}=\frac{1}{7}$$

أي أن احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$

3. احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل :

طريقة أولى :

الحدث المضاد للحدث كرة واحدة على الأقل بيضاء هو جميع الكرات حمراء. احتمال هذا الحدث هو :

$$1-P(RRR)=1-\frac{1}{35}=\frac{34}{35}$$

طريقة ثانية : كون الإمكانيات Ω حيث : $Card\,\Omega=7\times6\times5$

عدد الإمكانيات لتكون الكرة المسحوبة أولا بيضاء هو 4.

عدد الإمكانيات لتكون الكرة المسحوبة ثانيا بيضاء هو 3.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

عدد الإمكانيات لتكون الكرة المسحوبة في المرة الثالثة بيضاء هو 2.

وبالتالي فإن احتمال الحدث BBB هو : $P(BBB)=\frac{4\times3\times2}{7\times6\times5}$

وبنفس الطريقة ننجز بقية الأسئلة .

تمرين 4 :

1. نبين أن $u_{n+1}\succ 1$ لكل $n\in\mathbb{N}$:

نستعمل البرهان بالترجع .

بما أن $u_0=2$

فإن $u_0\succ 1$

نفترض أن $u_n\succ 1$ ولنبين أن $u_{n+1}\succ 1$

$$u_{n+1}-1=\frac{5u_n}{2u_n+3}-1=\frac{5u_n-2u_n-3}{2u_n+3}=\frac{3\ u_n-1}{2u_n+3}$$

حسب افتراض الترجع لدينا $u_n\succ 1$

إذن : $3(u_n-1)\succ 0$

وبما أن $2u_n+3\succ 0$

فإن : $\frac{3\ u_n-1}{2u_n+3}\succ 0$

وبالتالي فإن : $u_{n+1}\succ 1$

إذن : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n\succ 1$

2.أ- نبين أن v_n متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ، وكتابة v_n بدلالة n .

$$v_{n+1}=\frac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}}=1-\frac{1}{u_{n+1}}=1-\frac{2u_n+3}{5u_n}$$
$$=\frac{5u_n-2u_n-3}{5u_n}$$
$$=\frac{3u_n-3}{5u_n}=\frac{3}{5}\left(\frac{u_n-1}{u_n}\right)=\frac{3}{5}v_n$$

وبالتالي فإن $v_{n+1}=\frac{3}{5}v_n$ ومنه $\forall n\in\mathbb{N}$ v_n متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ومنه :

$$v_n=v_0\times\left(\frac{3}{5}\right)^n$$

نعلم أن $v_0=\frac{u_0-1}{u_0}=\frac{1}{2}$

إذن : $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{5}\right)^n$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ب- نبين أن $u_n = \dfrac{2}{2-\left(\dfrac{3}{5}\right)^n}$:

$v_n = 1-\dfrac{1}{u_n}$ $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n} \Leftrightarrow$

يعني أن : $\dfrac{1}{u_n} = 1 - v_n$

أي أن : $u_n = \dfrac{1}{1-v_n}$

ومنه فإن : $u_n = \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{5}\right)^n} = \dfrac{2}{2-\left(\dfrac{3}{5}\right)^n}$

نعلم أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{3}{5}\right)^n = 0$ لأن $-1 \prec \dfrac{3}{5} \prec 1$

إذن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{2}{2} = 1$

مسألة

1.1 نحسب $g'(x)$ ، ثم نبين أن g تزايدية على $0,+\infty$ و تناقصية على $-\infty,0$:

لدينا : $g'(x) = \left(e^{2x} - 2x\right)' = 2e^{2x} - 2$

$= 2\left(e^{2x} - 1\right)$

وبما أن الدالة الأسية تزايدية على :

فإن : $x \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 0 \Rightarrow e^{2x} \geq e^0$

$\Rightarrow e^{2x} \geq 1$

$\Rightarrow g'(x) \geq 0$

وبالتالي فإن g تزايدية على $0,+\infty$

وبنفس الطريقة : $x \leq 0 \Rightarrow e^{2x} \leq e^0$

$\Rightarrow g'(x) \leq 0$

وبالتالي فإن g تناقصية على $-\infty,0$

2. استنتاج :

نستنتج من س1. جدول تغيرات g على

كما أن g(0) قيمة دنوية ل g على .

إذن :

x	$+\infty$	0	$-\infty$
g'(x)	-	0	+
g(x)	↘	1	↗

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

وبالتالي فإن : $g(x) \geq 1$ $\forall x \in \mathbb{R}$

ومنه : $g(x) \succ 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

II – 1. أ- نبين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$:

لدينا : $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = 0$

ومنه : $\lim\limits_{x \to -\infty} (e^{2x} - 2x) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} - \lim\limits_{x \to -\infty} 2x = 0 + \infty = +\infty$

وبالتالي : $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(e^{2x} - 2x) = +\infty$

(لأن $\lim\limits_{X \to +\infty} \ln X = +\infty$ بوضع $X = e^{2x} - 2x$) لكل x من $\mathbb{R}^*$:

ب- التحقق من أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln e^{2x} - 2x}{e^{2x} - 2x}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{\ln e^{2x} - 2x}{x} = \frac{e^{2x} - 2x}{x} \times \frac{\ln e^{2x} - x}{e^{2x} - 2x}$$

$$= \left(\frac{e^{2x}}{x} - \frac{2x}{x}\right)\frac{\ln e^{2x} - 2x}{e^{2x} - 2x}$$

$$= \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln e^{2x} - 2x}{e^{2x} - 2x}$$

ج- نبين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\ln e^{2x} - 2x}{e^{2x} - 2x} = \lim_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$$

(نضع : $t = e^{2x} - 2x$)

$t \to +\infty$ عندما يؤول x إلى $-\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^{2x}}{x} = \lim_{x \to -\infty} e^{2x} \times \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0 \times 0 = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -2 \times 0 = 0$$

د- نبين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $-\infty$ فرعا شلجميا :

النتيجة $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ تعني أن المنحنى (C) يقبل بجوار $-\infty$ فرعا شلجميا اتجاهه محور الأفاصيل.

2. أ-

حسب I . 2. لدينا: $g(x) \succ 0$ $\forall x \in]0, +\infty[$

ومنه فإن : $e^{2x} - 2x \succ 0$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

أي أن : $\frac{e^{2x}-2x}{e^{2x}} \succ 0$

لأن $e^{2x} \succ 0$ ومنه : $1-\frac{2x}{e^{2x}} \succ 0$

ولدينا : $f(x)=\ln\left[e^{2x}\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)\right]$

باستعمال النتائج التالية:

$\ln\ a\times b\ =\ln a+\ln(b)$

لكل a و b من $0,+\infty$

و $\ln\ e^{t}\ =t$ $\forall t\in\mathbb{R}$

نجد :

$$=\ln\ e^{2x}\ +\ln\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)\ f\ (x)$$

$$=2x+\ln\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)\ f\ (x)$$

ب- استنتاج :

بما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{2x}=+\infty\Rightarrow\lim\frac{2x}{e^{2x}}=0$

فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)=0$

وبالتالي فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\ f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}2x=+\infty$

ج- نبين أن المستقيم الذي معادلته y = 2x مقارب مائل للمنحنى(C) بجوار $+\infty$:

بما أن : $\forall x\in\ 0,+\infty\quad f(x)-2x=\ln\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)$

فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\ f(x)-2x\ =0$

وبالتالي فإن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا مائلا (D) معادلته : y = 2x

د- نبين أن $f(x)-2x\le 0$ لكل x من $0,+\infty$:

بما أن: $\forall x\in\ 0,+\infty\ \frac{2x}{e^{2x}}\ge 0$

فإن : $\frac{-2x}{e^{2x}}\le 0$ أي أن : $1-\frac{2x}{e^{2x}}\le 1\quad\forall x\ge 0$

وبالتالي فإن : $\ln\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)\le 0$ (لأن $0\prec X\le 1\Rightarrow\ln X\le 0$)

إذن : $f(x)-2x\le 0\quad\forall x\in\ 0,+\infty$ وهذا يعني أن (C) يوجد تحت المستقيم (D) على المجال $0,+\infty$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

2. أ- نبين أن $f'(x)=\dfrac{2(e^{2x}-1)}{g(x)}$ لكل x من $\mathbb{R}$:

لدينا لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\ln g(x)$

إذن : $f'(x)=\dfrac{g'(x)}{g(x)}=\dfrac{2(e^{2x}-1)}{g(x)}$

ب- دراسة إشارة f'(x) و جدول تغيرات f :

درسنا سابقا إشارة $2(e^{2x}-1)$ في I .1

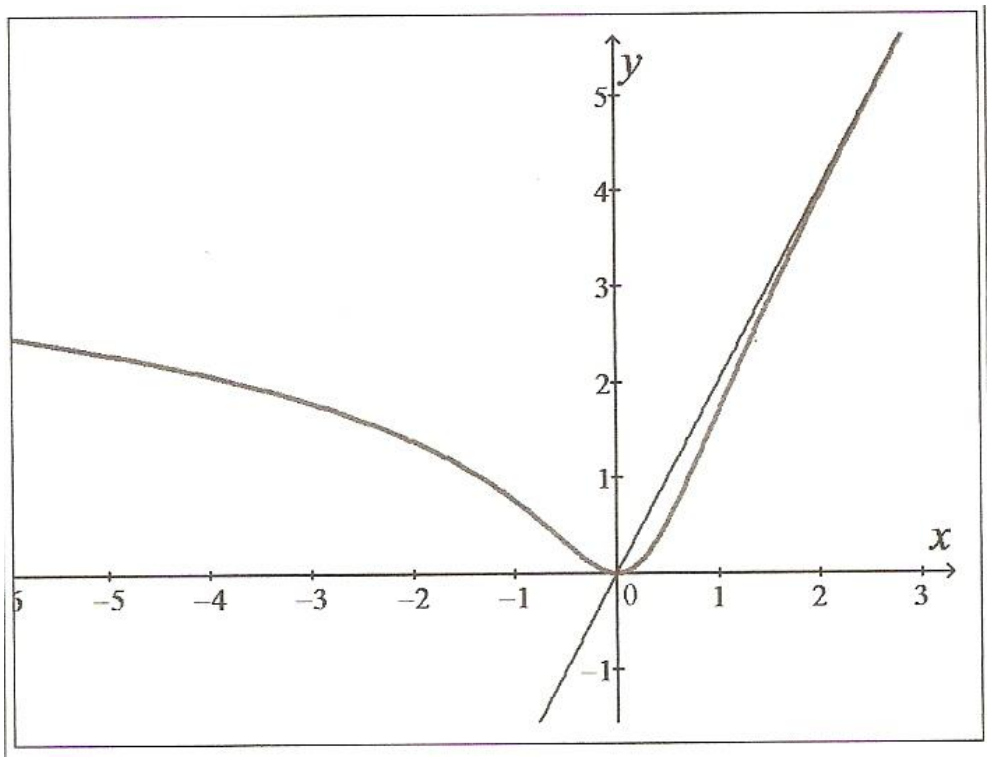
ونعلم أن $g(x)\succ 0$ $\forall x\in\mathbb{R}$

إذن إشارة f'(x) هي نفسها إشارة g'(x)

جدول تغيرات f :

x	$+\infty$	0	$-\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

4. إنشاء (D) و (C) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$:



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma